

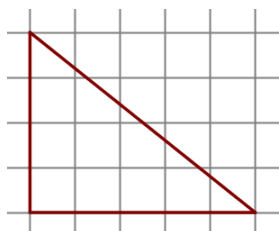
## 18. Фигуры на квадратной решётке

### Блок 1. ФИПИ

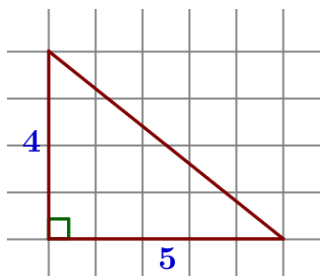
#### Примеры решений

1. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображен прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.

Дано:



Решение:

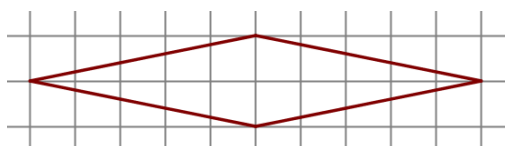


$5 > 4$   
длина большего  
катета – 5

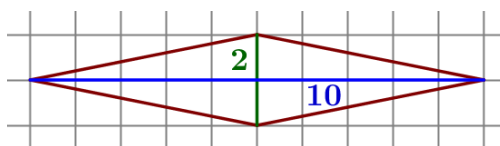
Ответ: 5.

2. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.

Дано:



Решение:

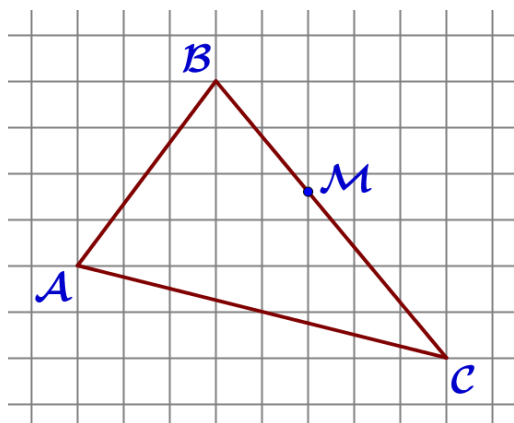


$10 > 2$   
длина большей  
диагонали – 10

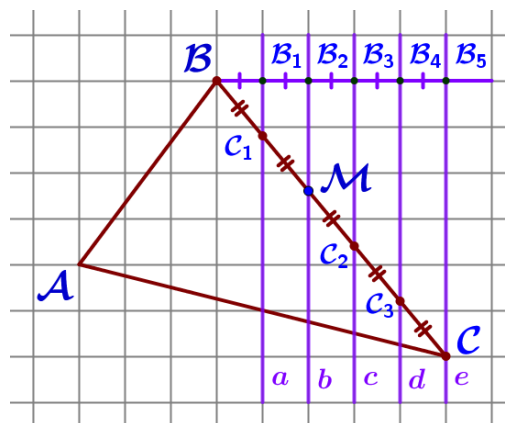
Ответ: 10.

3. На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC. Во сколько раз отрезок BM короче отрезка CM?

Дано:



Решение (1-й вариант):



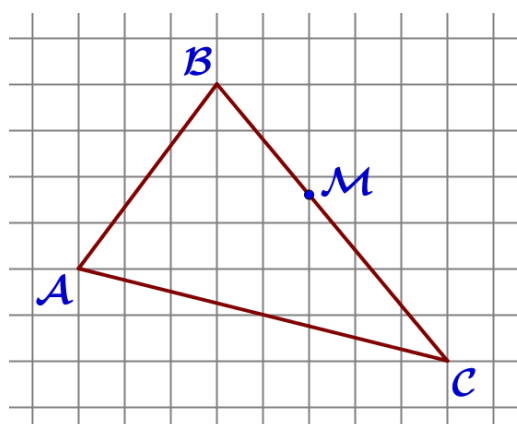
По теореме Фалеса:

$a \parallel b \parallel c \parallel d \parallel e$  и  $BV_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ ,  
следовательно,  $BC_1 = C_1M = MC_2 = C_2C_3 = C_3C$ , а  
 $\frac{CM}{BM} = \frac{3BC_1}{2BC_1} = 1,5$ .

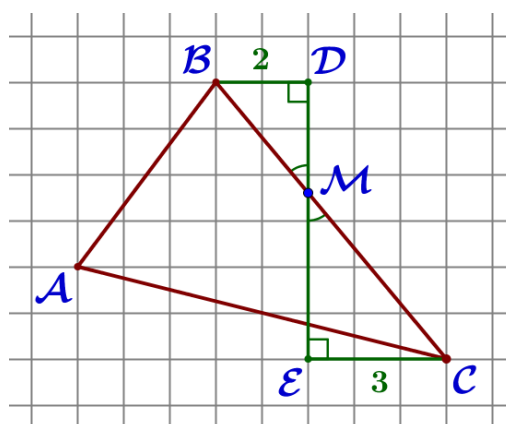
Ответ: 1,5.

**3.** На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC. Во сколько раз отрезок BM короче отрезка CM?

Дано:



Решение (2-й вариант):

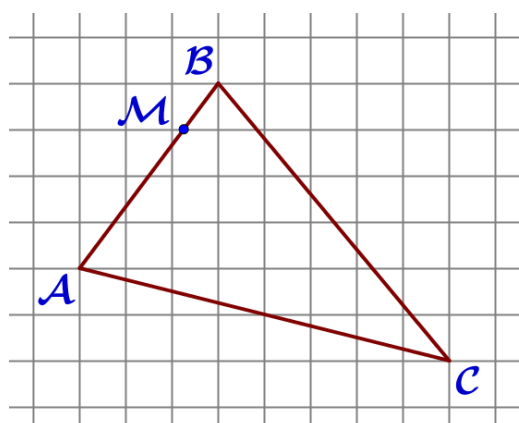


Рассмотрим  $\triangle BDM$  и  $\triangle CEM$ :  
 $\angle BMD = \angle CME$  (вертикальные),  
 $\angle BDM = \angle CEM$  (прямые), следовательно,  
 $\triangle BDM \sim \triangle CEM$ , тогда  $\frac{CM}{BM} = \frac{CE}{BD} = \frac{3}{2} = 1,5$ .

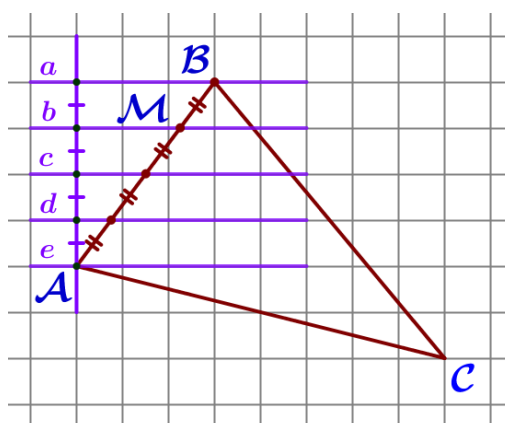
Ответ: 1,5.

**4.** На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC. Во сколько раз отрезок AM длиннее отрезка BM?

Дано:



Решение (1-й вариант):

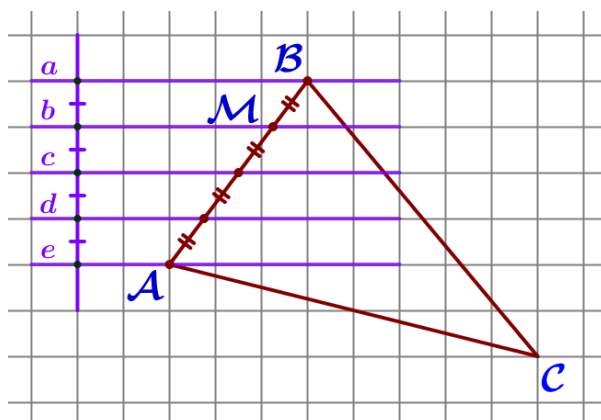
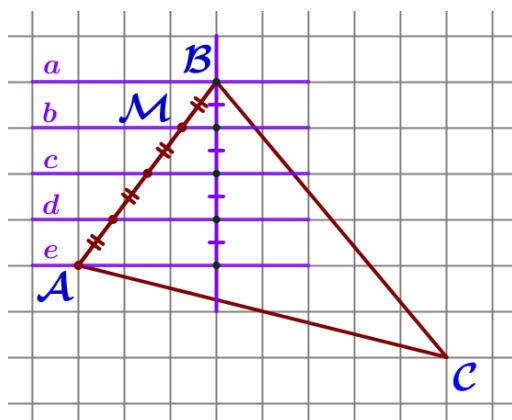


По теореме  
Фалеса:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{3}{1} = 3.$$

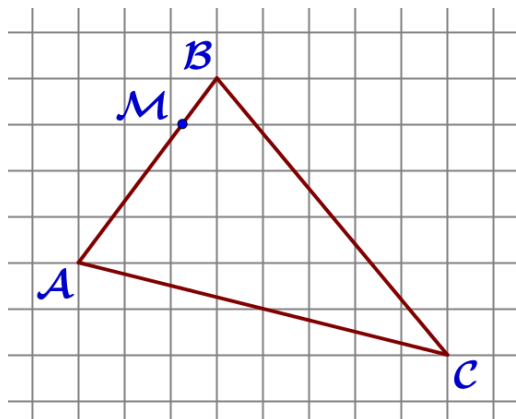
Ответ: 3.

Другие  
варианты:

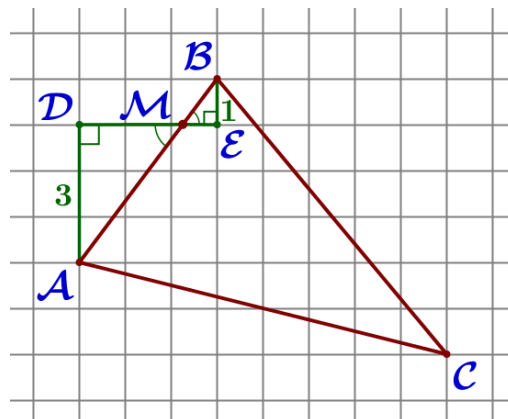


**4.** На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC. Во сколько раз отрезок AM длиннее отрезка BM?

Дано:



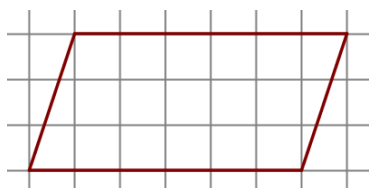
Решение (2 вариант):



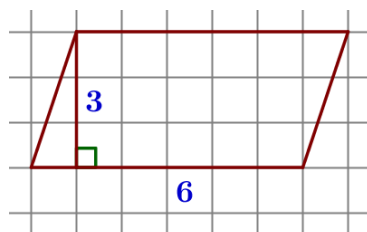
Рассмотрим  $\triangle ADM$  и  $\triangle BEM$ :  
 $\angle AMD = \angle BME$  (вертикальные),  
 $\angle ADM = \angle BEM$  (прямые), следовательно,  
 $\triangle ADM \sim \triangle BEM$ , тогда  $\frac{AM}{BM} = \frac{AD}{BE} = \frac{3}{1} = 3$ .  
 Ответ: 3.

**5.1.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Дано:



Решение:



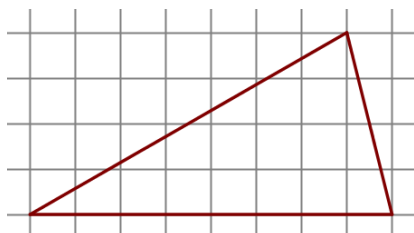
$$S = ah$$

$$S = 6 \cdot 3 = 18$$

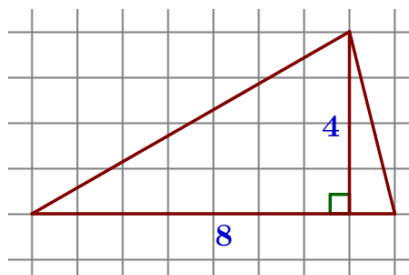
Ответ: 18.

**5.2.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Дано:



Решение:



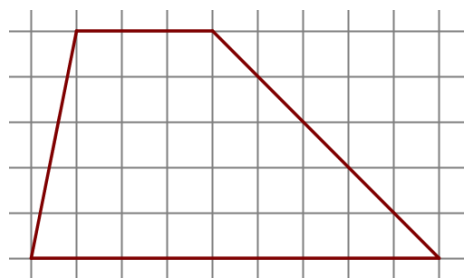
$$S = \frac{1}{2}ah$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$$

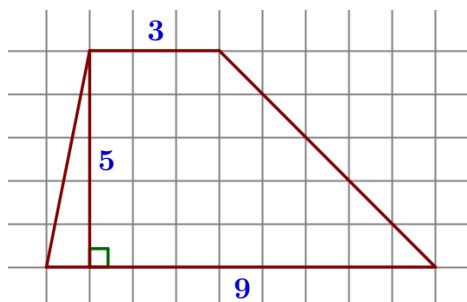
Ответ: 16.

**5.3.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Дано:



Решение:



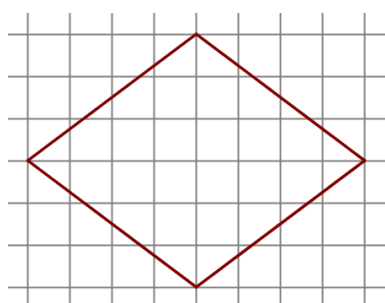
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$S = \frac{3+9}{2} \cdot 5 = 30$$

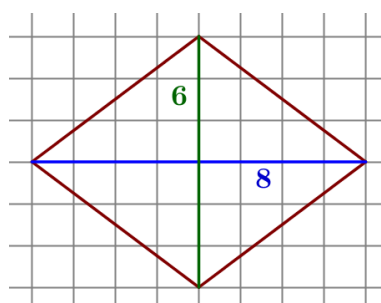
Ответ: 30.

**5.4.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Дано:



Решение:



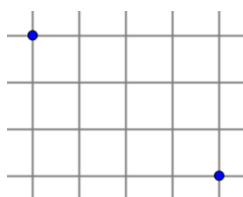
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$$

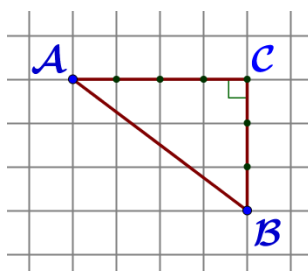
Ответ: 24.

**6.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены две точки. Найдите расстояние между ними.

Дано:



Решение:



По теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$

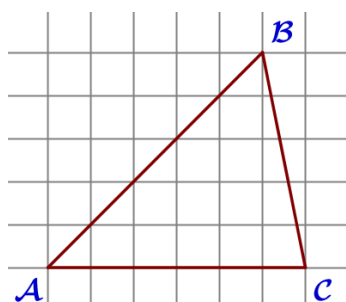
$$AB^2 = 25$$

$$AB = 5$$

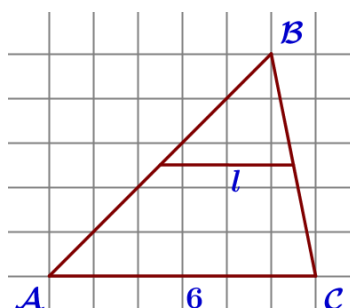
Ответ: 5.

**7.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC.

Дано:



Решение:

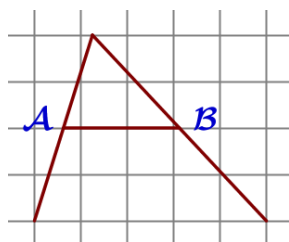


$$l = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

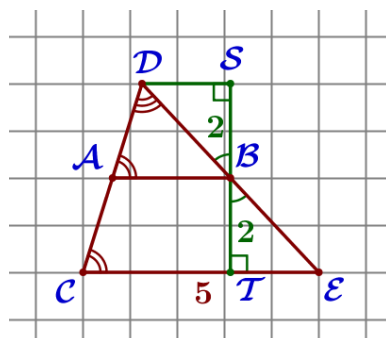
Ответ: 3.

**8.1.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена фигура. Найдите длину отрезка  $AB$  по данным чертежа.

Дано:



Решение:



1) Рассмотрим  $\triangle DSB$  и  $\triangle ETB$ :  
 $\angle DBS = \angle EBT$  (вертикальные),  
 $\angle DSB = \angle ETB$  (прямые),  $SB = BT$ ,  
 следовательно,  $\triangle DSB = \triangle ETB$ ,  
 тогда  $DB = EB$ , а  $\frac{DB}{DE} = \frac{1}{2}$ .

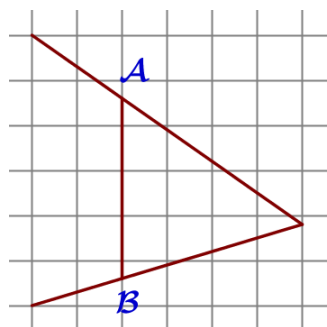
2) Рассмотрим  $\triangle ADB$  и  $\triangle CDE$ :  
 $\angle D$  – общий,  $\angle DAB = \angle DCE$  (соответственные при  $AB \parallel CE$  и секущей  $AC$ ), следовательно,  
 $\triangle ADB \sim \triangle CDE$ , а  $\frac{AB}{CE} = \frac{DB}{DE} = \frac{1}{2}$ ,

откуда  $AB = \frac{1}{2} CE = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$ .

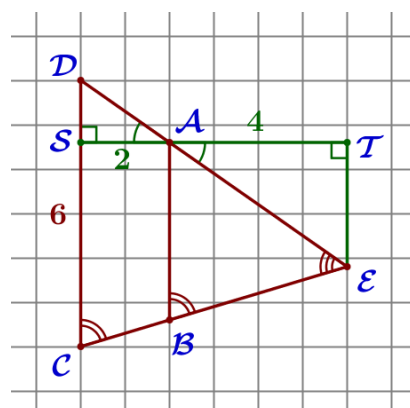
Ответ: 2,5.

**8.2.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена фигура. Найдите длину отрезка  $AB$  по данным чертежа.

Дано:



Решение:



1) Рассмотрим  $\triangle DSA$  и  $\triangle ETA$ :  
 $\angle DAS = \angle EAT$  (вертикальные),  
 $\angle DSA = \angle ETA$  (прямые), следовательно,  $\triangle DSA \sim \triangle ETA$ , тогда  
 $\frac{DA}{EA} = \frac{SA}{TA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ , а  $\frac{EA}{ED} = \frac{2}{3}$ .

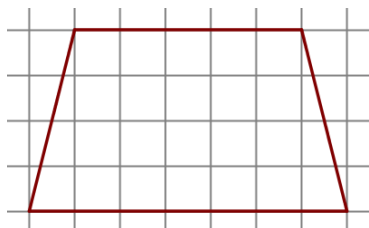
2) Рассмотрим  $\triangle AEB$  и  $\triangle DEC$ :  
 $\angle E$  – общий,  $\angle ABE = \angle DCE$  (соответственные при  $AB \parallel CD$  и секущей  $BC$ ), следовательно,  
 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$ , а  $\frac{AB}{DC} = \frac{EA}{ED} = \frac{2}{3}$ ,

откуда  $AB = \frac{2}{3} DC = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$ .

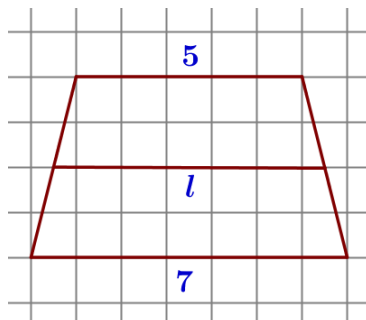
Ответ: 4.

**9.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

Дано:



Решение:



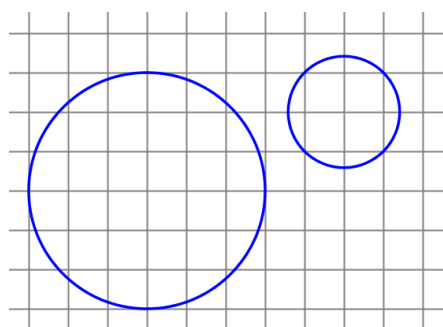
$$l = \frac{a+b}{2}$$

$$l = \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

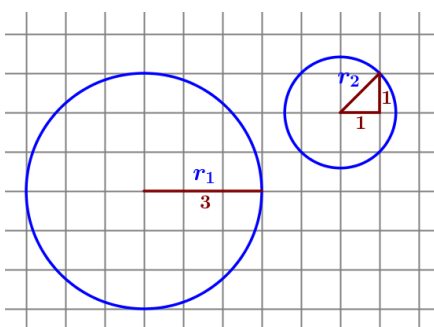
Ответ: 6.

**10.** На клетчатой бумаге изображены два круга. Во сколько раз площадь большего круга больше площади меньшего?

Дано:



Решение:



$$1) r_1 = 3$$

2) по теореме Пифагора:

$$(r_2)^2 = 1^2 + 1^2$$

$$(r_2)^2 = 2$$

$$r_2 = \sqrt{2}$$

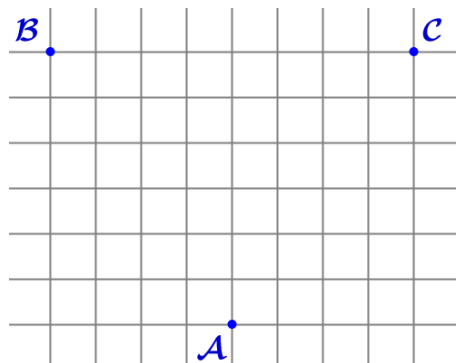
$$3) \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi(r_1)^2}{\pi(r_2)^2} = \frac{3^2}{\sqrt{2}^2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Ответ: 4,5.

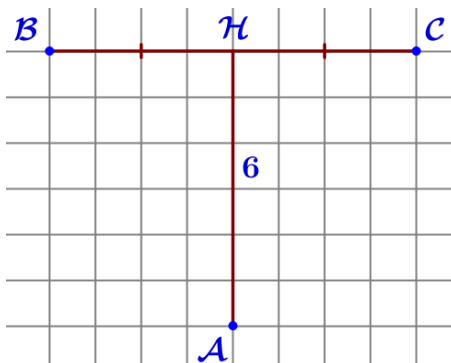
**18. Фигуры на квадратной решётке****Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия****Примеры решений**

**1.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  отмечены точки А, В и С. Найдите расстояние от точки А до середины отрезка ВС. *Ответ выразите в сантиметрах.*

Дано:



Решение:



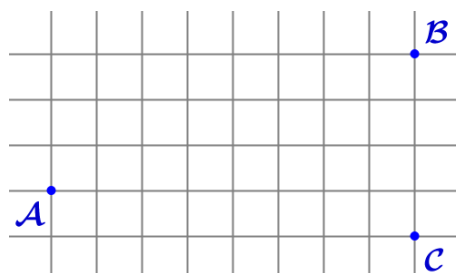
$$BH = HC$$

$$AH = 6$$

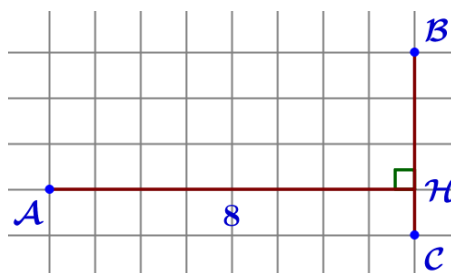
Ответ: 6.

**2.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  отмечены точки А, В и С. Найдите расстояние от точки А до прямой ВС. *Ответ выразите в сантиметрах.*

Дано:



Решение:



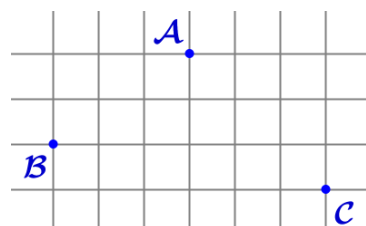
$$AH \perp BC$$

$$AH = 8$$

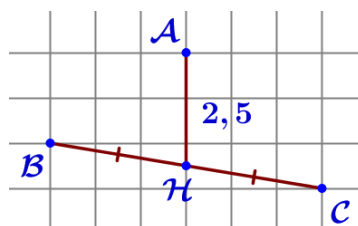
Ответ: 8.

**3.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  отмечены точки А, В и С. Найдите расстояние от точки А до середины отрезка ВС. *Ответ выразите в сантиметрах.*

Дано:



Решение:



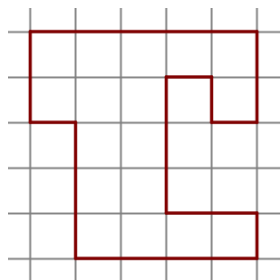
$$BH = HC$$

$$AH = 2,5$$

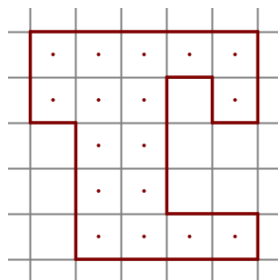
Ответ: 2,5.

**4.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображена фигура. Найдите её площадь. *Ответ дайте в квадратных сантиметрах.*

Дано:



Решение:

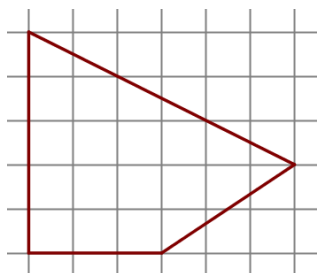


всего  
17  
клеток

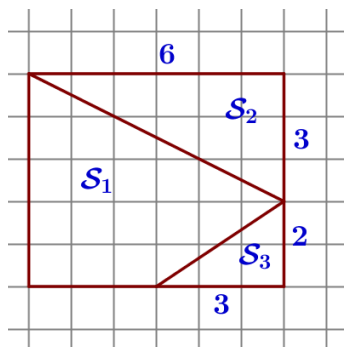
Ответ: 17.

**5.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображена фигура. Найдите её площадь. *Ответ дайте в квадратных сантиметрах.*

Дано:



Решение:



$$S_{\square} = ab \quad S = 6 \cdot 5 = 30$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$$

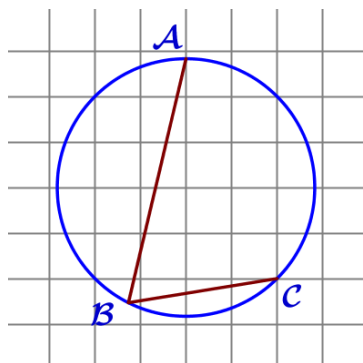
$$S_1 = 30 - (9 + 3) = 18$$

$$S_1 = S - (S_2 + S_3)$$

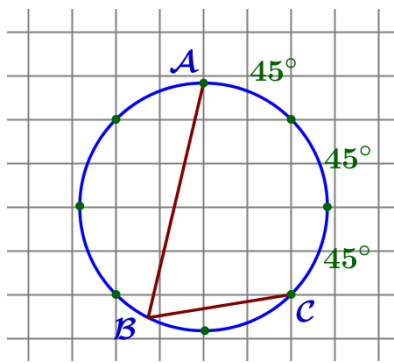
Ответ: 18.

**6.** Найдите угол ABC. *Ответ дайте в градусах.*

Дано:



Решение:



$\angle ABC$  – вписанный

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle AOC = \left( \frac{360^\circ}{8} \right) \cdot 3 = 135^\circ$$

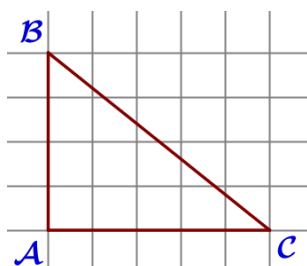
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 135^\circ = 67,5^\circ$$

Ответ: 67,5.

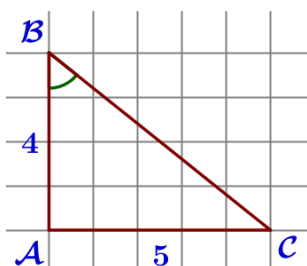


7. Найдите тангенс угла В треугольника ABC, изображённого на рисунке.

Дано:



Решение:



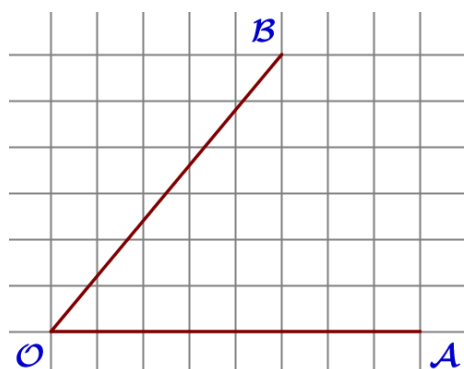
$$\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 1,25$$

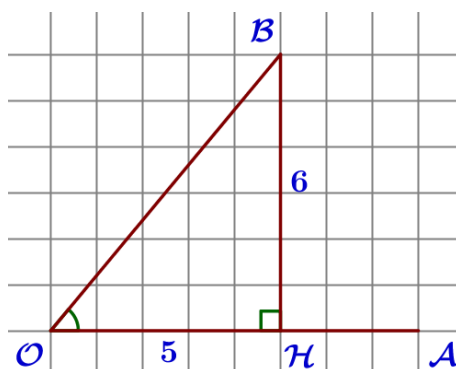
Ответ: 1,25.

8. Найдите тангенс угла AOB, изображенного на рисунке.

Дано:



Решение:



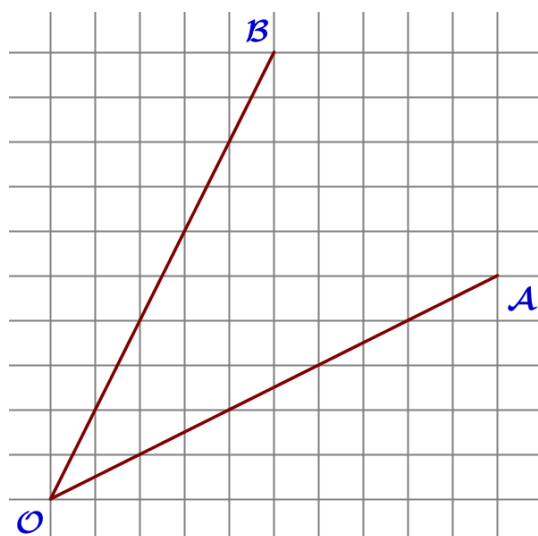
$$\operatorname{tg} \angle AOB = \frac{BH}{OH}$$

$$\operatorname{tg} \angle AOB = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = 1,2$$

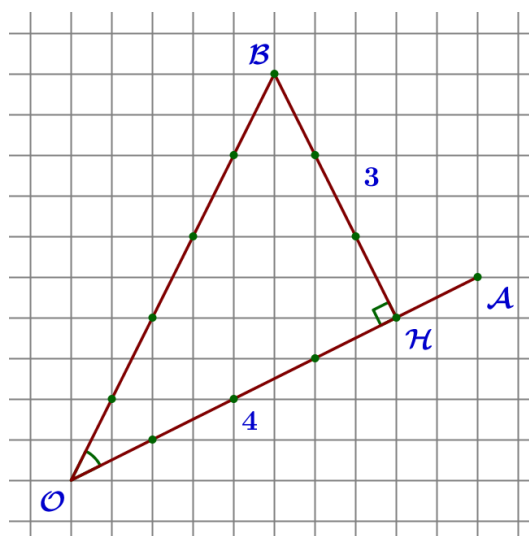
Ответ: 1,2.

9. Найдите тангенс угла AOB, изображенного на рисунке.

Дано:



Решение:



$$\operatorname{tg} \angle AOB = \frac{BH}{OH}$$

$$\operatorname{tg} \angle AOB = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Ответ: 0,75.